D.A.R.K.

EKSPERIMENTEL BESTEMMELSE AF
AERODYNAMISKE KRAFTER

AF

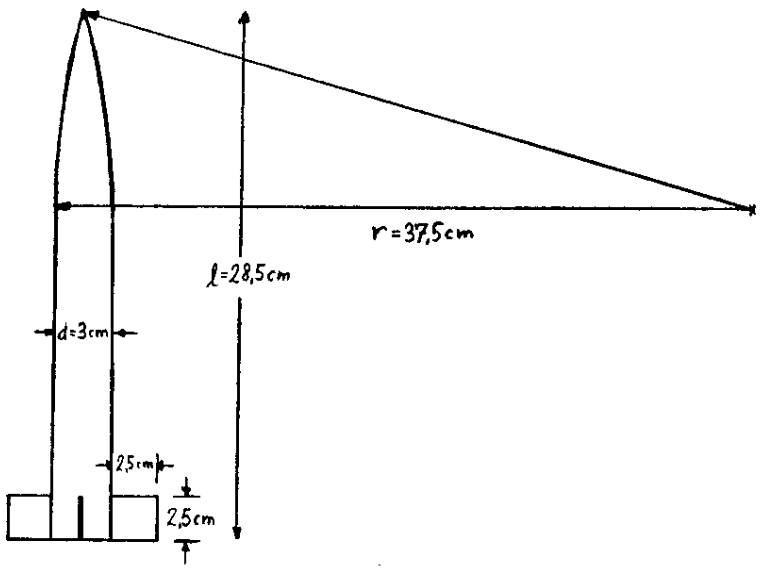
JØRGEN FRANCK

DANSK AMATØR RAKET KLUB

Formålet med denne rapport, er at bestemme den virkelige rakets dragkoefficient udfra vindtunnelforsøg med en model.
Ovenstående medfører en indførelse i Reynold's tal Re og de aerodynamiske kræfter opdrift L og modstand D.

Anvendt apparatur.

1. Raketmodel.



2. Vindtunnel, tværsnit 30×30cm, max. hastighed ca. 25 m/s.
3. Aerodynamisk vægt (mekanisk) til balancering af opdrift L og modstand D.

Teoretiske redegørelser.

Ved undersøgelse af strømningen omkring en raket har følgende dimensionsløse størrelser betydning.
Reynold's tal: $Re=\frac{\rho U l}{\mu}=\frac{Ul}{\nu}$, hvor l er en karakteristisk længde, U er fluidens strømningshastighed og ν er den kinematiske viskositet. Re udtrykker forholdet mellem indflydelse af inertikræfter og viskose kræfter i den strømmende fluid. Som det vil fremgå af det følgende, er Re-tallet en af de vigtigste faktorer i beskrivelsen af karakteren af en strømning.
Mach's tal: $M=\frac{U}{a}$, hvor a er den lokale lydhastighed i fluiden. Er fluiden en ideal gas er den lokale lydhastighed lig

$$a=\sqrt{\gamma RT}$$

hvor γ er adibat eksponenten, R er gaskonstanten og T er den absolutte temperatur for fluiden. M får især betydning ved gasstrømning med hastigheder nær og over den lokale lydhastighed, hvor kompressibiliteten har væsentlig betydning. Mach-tallet udtrykker forholdet mellem inertikræfter og elastiske kræfter i gassen. En fuldstændig fysisk ligedannethed af to strømningstilfælde uden hensyn til de individuelle værdier af de indgående variable i hvert enkelt strømningstilfælde vil fordre følgende tre betingelser opfyldte.

1. Geometrisk ligedannethed, hvorved forstås, at forholdet mellem enhver lineær dimension i det ene strømningstilfælde og den tilsvarende lineære dimension i det andet tilfælde overalt skal være den samme. Dette forhold kaldes skalafaktoren.
2. Kinematisk ligedannethed, hvorved forstås, at forholdet mellem størrelsen af hastighederne i samhørende punkter i de betragtede strømningstilfælde overalt være den samme. Ligeledes skal hastighedernes retninger i de sammenhørende punkter være parallelle, når strømningstilfældene indskrives i samme koordinatsystem.
3. Dynamisk ligedannethed, hvorved forstås, at forholdet mellem størrelserne af de på den strømmende fluid virkende kræfter i samhørende punkter af de betragtede tilfælde overalt skal være ens.

Det gennemgående karakteristiske træk ved al ligedannethed er kravet om konstante forhold. Opfyldes disse krav, kan en forsøgsprocedure lettes betydeligt.

Skal man feks. undersøge strømningen omkring en raket, vil en undersøgelse af raketten i fuldskala kræve en meget stor vindkanal. Men her kommer ligedannethedens modellove os til hjælp. Man bygger i stedet for fuldskala modellen en geometrisk ligedannet model i en skalafaktor feks. 1:5. For nu at kunne slutte fra strømningen omkring 1:5 modellen til fuldskala strømningen, må de to strømninger være dynamisk ligedannede. Ved gasstrømning omkring raketten vil Re-tallet og måske Mach-tallet have betydning. Er strømningshastigheden lav ($M<0,3$) vil alene Re-tallet have betydning. Lad os eksempelvis antage, at strømningshastigheden maks. er $70^m/s$ omkring fuldskala raketten. For at opnå samme Re-tal kunne man med skalafaktoren 1:5 feks. sætte strømningshastigheden 5 gange op. Gør vi det, bliver hastigheden omkring modellen $350^m/s$. Men herved er vi samtidig nået op i et hastighedsområde, hvor strømningen ikke længere kan betragtes som inkompressibel, og hvor Mach-tallet har betydning.

Derfor må muligheden for at ændre på strømningshastigheden alene udelades. Vælger vi derimod en anden forsøgsgas, en gas med lavere kinematisk viskositet end strømningsgassen omkring fuldskala profilet, kan Re-tallet bevares konstant fra prototype til model. Men kan det ikke lade sig gøre at opnå samme Re-tal ved prototype og ved model, feks. på grund af manglende muligheder for at varierer forsøgsgassens viskositet, vil man ofte kunne extrapolere fra den fundne oplysning ved de lavere Re-tal ved modellen til de søgte oplysninger ved de højere Re-tal ved prototypen. En vis forsigtighed må dog iagttages ved dragning af slutninger på basis af en extrapolation. Opdriften L og modstanden D kan udtrykkes ved

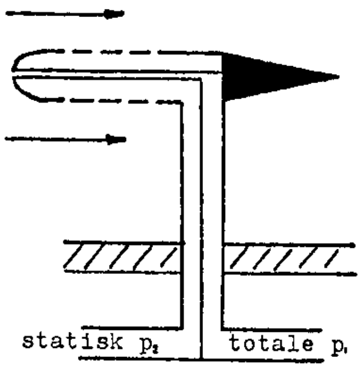
$$L=\frac{1}{2}\rho_2 v^2 A c_L \quad , \quad D=\frac{1}{2}\rho_2 v^2 A c_D$$

hvor ρ_2, v og A er henholdsvis luftens massefylde, hastighed og et for raketten karakteristisk areal der her sættes til

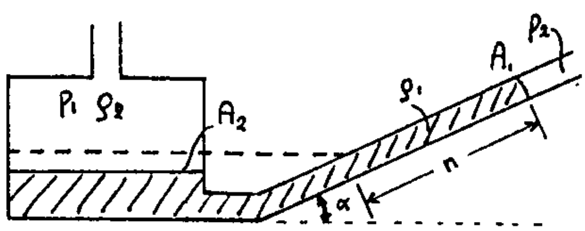
$$A=\frac{\pi}{4}d^2$$

hvor d er rakettens diameter. Endvidere er c_L og c_D koefficienter, der for inkompressible strømninger ($M<0,3$) alene afhænger af Re-tallet og for $Re \gg 1$ bliver c-værdien næsten konstant over store variationer af Re.
Til bestemmelse af hastigheden i vindtunnelen anvendes et pitotrør og et skrårørsmanometer. For pitotrøret gælder at hastigheden kan måles ved differensen mellem det totale og det statiske tryk, idet trykdifferensen er

$$\Delta p=\frac{1}{2}\rho_2 v^2 \quad , \quad M \ll 1$$



Pitotrør.



Skrårørsmanometer.

For skrårørsmanometeret gælder at trykdifferensen er

$$\Delta p = (\rho_1 - \rho_2)\, g\, n \left(\sin\alpha + \frac{A_1}{A_2}\right)$$

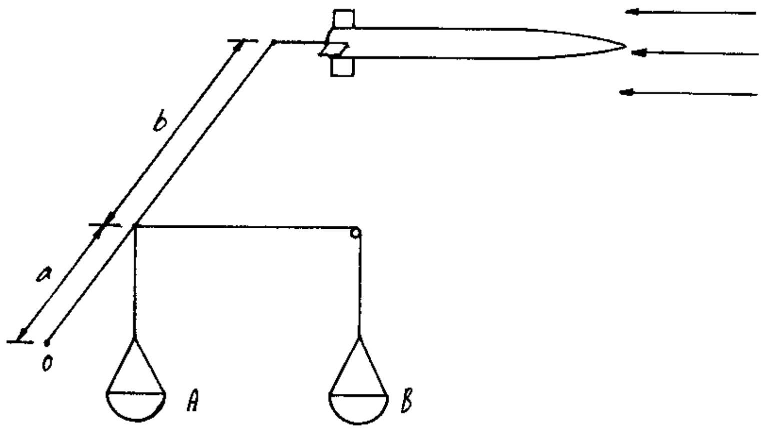
da $\rho_1 - \rho_2 \simeq \rho_1$ og $\sin\alpha \gg \frac{A_1}{A_2}$
kan man med god tilnærmelse udtrykke trykdifferensen ved

$$\Delta p = \rho_1\, g\, n \sin\alpha$$

Sammenholdes nu de to trykdifferenser fås et udtryk for strømningshastigheden v i vindtunnelen. Hvor ρ_2 og ρ_1 er henholdsvis luftens og væskens massefylde.

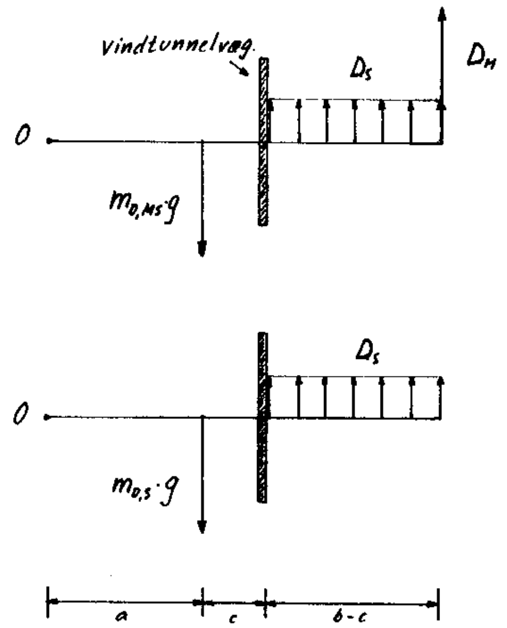
$$V = \sqrt{\frac{2\rho_1 g\, n \sin\alpha}{\rho_2}}$$

Den aerodynamiske vægt til balancering af opdrift L og modstand D er konstrueret efter vægtstangsprincippet.



O er vægtstangens omdrejningspunkt og vægtskålene A og B bruges henholdsvis til at ophæve L og D. Endvidere er det muligt at vippe modellen så indfaldsvinklen ændres. Da det karakteristiske areal af modellen er af samme størrelsesorden som stangens bliver vi nød til at tage højde for dette.

Nedenstående skitser viser vindbelastningen i vindtunnelen set foroven for henholdsvis stang+model og stang.



Til bestemmelse af D giver momentligevægten omkring O i de to tilfælde følgende

$$\left.\begin{aligned} a\, m_{0,MS}\, g &= (a+b)\, D_m + \left(a + c + \frac{b-c}{2}\right) D_s \\ a\, m_{0,s}\, g &= \left(a + c + \frac{b-c}{2}\right) D_s \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$a\,(m_{0,MS} - m_{0,s})\,g = (a+b)\, D_m$$

$$D_m = \frac{a\,(m_{0,MS} - m_{0,s})\,g}{a+b}$$

Ved lignende momentbetragtning for L fås

$$L_m = \frac{a\,m_L g}{a+b}$$

Da stangen er rund bidrager den ikke til opdriften L. Fra den foregående teori kan c_L og c_D nu bestemmes, vi får

$$c_L = \frac{4am_L}{\pi(a+b)d^2\rho_1\, n \sin\alpha}$$

$$c_D = \frac{4a(m_{D,MS}-m_{D,S})}{\pi(a+b)d^2\rho_1\, n \sin\alpha}$$

Bemærk at stangens karakteristiske areal ikke indgår i formlen for c_D. Vi antager endvidere at det areal modellen dækker af stangen og de strømningsfænomener der kan opstå bag modellen, ikke har nogen væsentlig betydning når der måles på både model og stang. For c_L og c_D gælder endvidere følgende

$$c_L = \frac{L_{model}}{\frac{1}{2}\rho_2 V^2_{model} A_{model}} = \frac{L_{raket}}{\frac{1}{2}\rho_2 V^2_{raket} A_{raket}}$$

$$c_D = \frac{D_{model}}{\frac{1}{2}\rho_2 V^2_{model} A_{model}} = \frac{D_{raket}}{\frac{1}{2}\rho_2 V^2_{raket} A_{raket}}$$

Kravet om at Reynolds tal skal være konstant for at kunne overføre information fra model til raket kan udtrykkes ved

$$Re_{model} = Re_{raket} \Leftrightarrow$$

$$\frac{V_{model}\, d_{model}}{\nu} = \frac{V_{raket}\, d_{raket}}{\nu}$$

Vil man nu prøve at extrapolere til højere Re-tal skal man sikre sig at M<0,3 for det Re-tal der vælges. Værdier til beregning af relevante størrelser:

$$a = 0{,}095\,m$$

$$b = 0{,}195\,m$$

$$\rho_1 = 800\,kg/m^3$$

$$\sin\alpha = 0{,}10$$

For atmosfæren ved havoverfladen gælder

$$\rho_2 = 1{,}23\ \mathrm{kg/m^3}$$

$$\nu = 1{,}46 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m^2/s}$$

$$\gamma = 1{,}4$$

$$R = 287{,}04\ \mathrm{J/kg \cdot K}$$

Tilsidst kan det nævnes, at modellens tværsnitsareal ikke må være større end 10% af vindtunnelens tværsnitsareal, da måleresultaterne kan forstyrres på grund af randeffekter.
Stangen i enden af raketten, der spændes på vægtstangen, skal ca. have en længde på to gange rakettens diameter, for at nedsætte forstyrelser på vægtstangen, der forudsages af turbulens fra raketten. Stangen raketten er monteret på, skal være forsynet med et 3mm gevind i den ende hvor den skal fastgøres til vægtstangen.

Litteratur:

Bjørnø, Leif: Kompendium i strømningslære, Polyteknisk Forlag.
Jensen, H. Højgaard: Deformerbare stoffers mekanik, 1963.
LTF I: Øvelsesvejledning til laboratoriekursus i fysik.

Måleresultater

Udført d. 14/3 1980 — Godk.

m_0 som funktion af n

Angrebsvinkel $\delta = 0°$

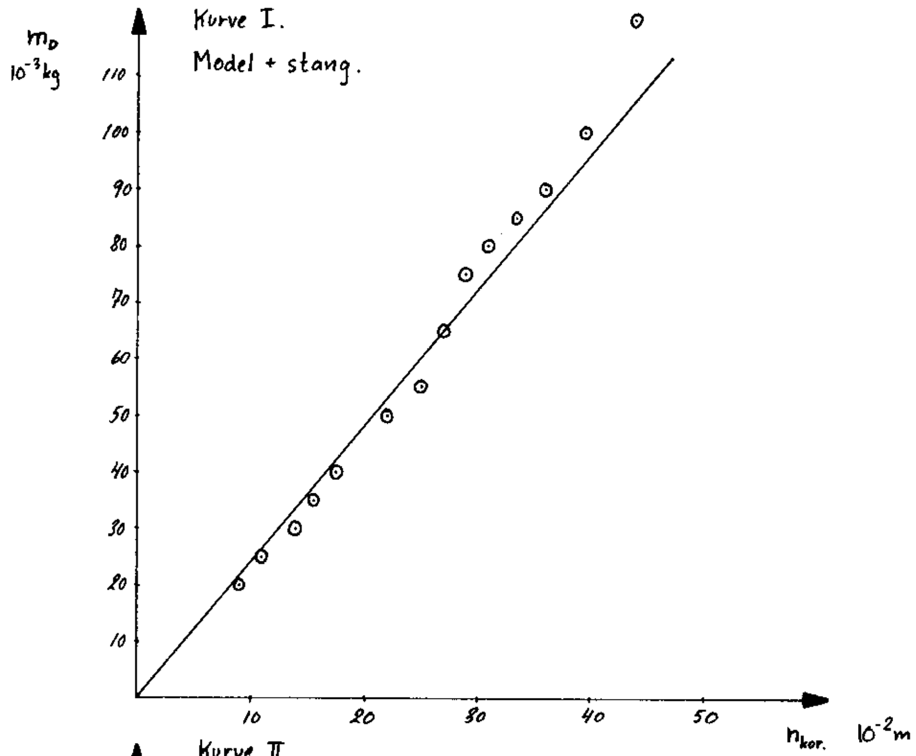
$n_0 = 6{,}5 \cdot 10^{-2}\,m$

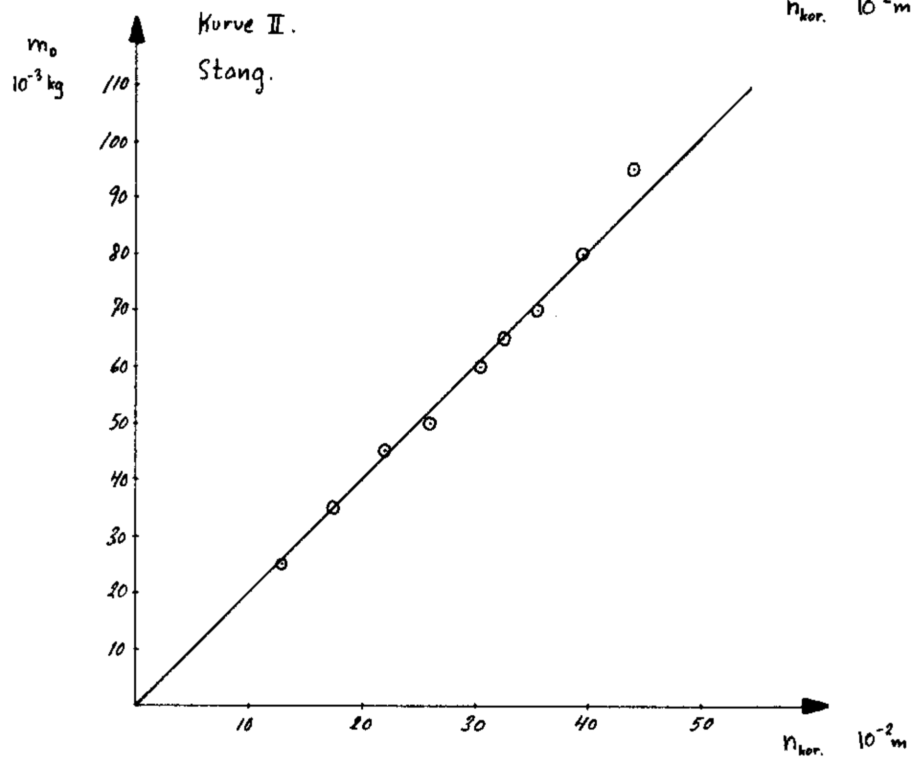
$T = 296\,K \Rightarrow a = 345\,m/s$

Side 8

TABEL

Model+stang						Stang		
nr.	m_0	n	$n_{kor} = n - n_0$	v	$M = \frac{v}{a}$	m_0	n	$n_{kor} = n - n_0$
	10^{-3} kg	10^{-2} m	10^{-2} m	m/s		10^{-3} kg	10^{-2} m	10^{-2} m
1	20	15,5	9	10,8	0,031	25	19,5	13
2	25	17,5	11	12,0	0,035	35	24	17,5
3	30	20,5	14	13,5	0,039	45	28,5	22
4	35	22	15,5	14,2	0,041	50	32,5	26
5	40	24	17,5	15,1	0,044	60	37	30,5
6	50	28,5	22	17,0	0,049	65	39	32,5
7	55	31,5	25	18,1	0,052	70	42	35,5
8	65	33,5	27	18,8	0,055	80	46	39,5
9	75	35,5	29	19,5	0,057	95	50,5	44
10	80	37,5	31	20,1	0,058			
11	85	40	33,5	20,9	0,061			
12	90	42,5	36	21,7	0,063			
13	100	46	39,5	22,7	0,066			
14	120	50,5	44	24,0	0,090			


Kurve I.
Model + stang.
m_o
10^{-3} kg
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
10
20
30
40
50
$n_{kor.}$
10^{-2} m


Kurve II.
Stang.
m_o
10^{-3} kg
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
10
20
30
40
50
$n_{kor.}$
10^{-2} m

Bestemmelse af rakettens dragkoefficient.

Kurve I: liniens hældning, $\alpha_{HS} = \frac{96 \cdot 10^{-3}}{40 \cdot 10^{-2}}\ kg/m = 0{,}24\ kg/m$

Kurve II: liniens hældning, $\alpha_S = \frac{100 \cdot 10^{-3}}{50 \cdot 10^{-2}}\ kg/m = 0{,}20\ kg/m$

Rakettens dragkoefficient:

$$C_D = \frac{4A(\alpha_{HS} - \alpha_S)}{\pi(a+b)d^2 \rho_s \sin\alpha} \Leftrightarrow$$

$$C_D = \frac{4 \cdot 0{,}095m\,(0{,}24\,kg/m - 0{,}20\,kg/m)}{\pi\,(0{,}095m + 0{,}195m)(0{,}03m)^2 \cdot 800\,kg/m^3 \cdot 0{,}10} \Leftrightarrow$$

$$\underline{\underline{C_D = 0{,}23}}$$

Vi vil nu undersøge om den fundne dragkoefficient opfylder kriteriet for at være konstant.

$$Re_{min} = \frac{V_{min}\,d}{\nu} = \frac{10{,}8\,m/s \cdot 0{,}03m}{1{,}46 \cdot 10^{-5}\,m^2/s} = 2{,}2 \cdot 10^4 >> 1$$

$$M_{max} = \frac{V_{max}}{a} = \frac{24\,m/s}{345\,m/s} = 0{,}07 < 0{,}3$$

I praksis er dragkoefficienten konstant helt op til 0,6 - 0,8M, for de profiler vi anvender. Endvidere er dragkoefficienten som regel fordoblet ved Mach-tallet 1.